# Übungsaufgaben für "Grundlagen der Informationsverarbeitung"
## (mit Lösungen)

1. **Erläutern Sie die Begriffe Bit, Byte und Wort bezogen auf einen 16 Bit Digitalrechner.**

**Bit:** Ein Bit ist die kleinste, atomare, d.h. unteilbare Informationseinheit. Ein Bit kann nur die Zustände "0" oder "1" annehmen.

**Byte:** Ein Byte ist die Zusammenfassung von 8 Bit.

**Wort:** Ein Wort in einem 16 Bit Digitalrechnersystem ist die Zusammenfassung von 16 Bit, d.h. 2 Byte.

2. **Erläutern Sie die Begriffe Code, Codesymbol, Codesymbolvorrat, Codewort und Codewortvorrat.**

**Code:** Ein Code ist die Zuordnung zwischen einer Menge von Codewörtern und einer anderen Menge von Codewörtern. Ein Code ist die Vorschrift, die bestimmte Eigenschaften einer Menge von Codewörtern festlegt.

**Codesymbol:** Ein Codesymbol ist ein Element aus einer vereinbarten, endlichen Menge von q Codeelementen.

**Codesymbolvorrat:** Diese vereinbarte Menge von q Codeelemente wird Codesymbolvorrat genannt. Ein geordneter Codesymbolvorrat wird auch Codealphabet genannt.

**Codewort:** Ein Codewort ist eine Folge von m Codeelementen, die in einem vereinbarten Zusammenhang als Einheit betrachtet wird. Dabei kann m auch gleich Eins sein. Die Anzahl m heißt Stellenzahl des Codewortes oder auch Codewortlänge.

**Codewortvorrat:** Ein Codewortvorrat ist einen vereinbarte Menge von Codewörtern.

3. **Erläutern Sie die Benennung von Codes.**

Die Benennung von Codes erfolgt nach dem Umfang q des Codesymbolvorrates.
Zum Beispiel: 2=Binärcode, 8=Oktonärcode, 10=Denärcode, 16=Sedenärcode

4. **Welches sind die Ziele der Codierung?**

- Darstellung von Informationen durch eine möglichst geringe Anzahl von Codeelementen für eine Übertragung und Speicherung
- Einfache Verarbeitung und Übertragung von Informationen
- Sicherung von Informationen gegen Übertragungsfehler
- Geheimhaltung von Informationen

5. **Geben Sie Beispiele für die Darstellung von zwei Codesymbolen "0" und "1" bei willkürlicher Zuordnung durch physikalische Größen an.**

| | | |
|---|---|---|
| Strom: | $I_1 = 0$ | $I_2 = 1$ |
| Spannung: | $U_1 = 0$ | $U_2 = 1$ |
| Frequenz: | $f_1 = 0$ | $f_2 = 1$ |

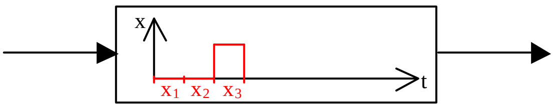
6. **Geben Sie die beiden Darstellungsarten von Codewörtern an.**

**Paralleldarstellung:** Die einzelnen Codeelemente werde gleichzeitig, d.h. parallel übertragen. Der Parallelbetrieb erfordert m-Leitungen bei der Übertragung von m-stelligen Codewörtern. Die Paralleldarstellung setzt eine konstante Stellenzahl m aller Codewörter voraus.

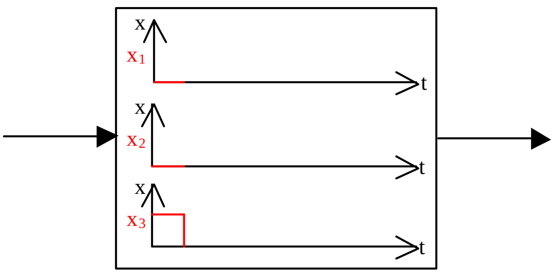
**Seriendarstellung:** Die einzelnen Codelemente werden zeitlich nacheinander, d.h. seriell übertragen. Der Serienbetrieb erfordert nur eine Leitung, benötigt aber die m-fache Zeit zur Übertragung. Zusätzlich ist eine Wortsynchronisation notwendig.

7. **Skizzieren Sie die Darstellungsarten.**

**Seriendarstellung**




**Paralleldarstellung**




8. **Geben Sie die Formel für die Anzahl der möglichen Codewörter an.**

$N = q^m$

mit
N : Anzahl der möglichen Codewörter
q : Umfang des Codesymbolvorrates
m : Stellenanzahl der Codewörter

9. **Skizzieren Sie ein Beispiel für Punkt 8.**

Im Dezimalsystem besteht der Codesymbolvorrat aus q = 10 Dezimalziffern.
Mit m = 5 Stellen können $N = 10^5$ Zahlen gebildet werden.

**10. Was ist ein Stellenwertsystem?**

Darstellung von Zahlen unter Zuhilfenahme des Stellenwertes der einzelnen Ziffern, d.h. die Stellung des Ziffernzeichens in der Zahl ist von Bedeutung.

**11. Schreiben Sie die allgemeine Darstellung und die explizite Summendarstellung der Stellenwertsysteme mit den Basen 2, 8, 10 und 16 auf.**

$$A = \sum_{i=0}^{m-1} a_i * b^i = a_0 * b^0 + a_1 * b^1 + \ldots + a_{m-1} * b^{m-1}$$

mit
m : Stellen des Codewortes
$a_i$ : Ziffer im Zahlensystem der Basis b
b : Zahlen des Basissystems

$$A = \sum_{i=0}^{m-1} a_i * 2^i = a_0 * 2^0 + a_1 * 2^1 + \ldots + a_{m-1} * 2^{m-1}$$

$$A = \sum_{i=0}^{m-1} a_i * 8^i = a_0 * 8^0 + a_1 * 8^1 + \ldots + a_{m-1} * 8^{m-1}$$

$$A = \sum_{i=0}^{m-1} a_i * 10^i = a_0 * 10^0 + a_1 * 10^1 + \ldots + a_{m-1} * 10^{m-1}$$

$$A = \sum_{i=0}^{m-1} a_i * 16^i = a_0 * 16^0 + a_1 * 16^1 + \ldots + a_{m-1} * 16^{m-1}$$

**12. Formulieren Sie die expliziten Summendarstellungen aus Aufgabe 11 in die Horner-Form um.**

$A = ((a_3 * b + a_2) * b + a_1) * b + a_0$

$A = ((a_3 * 2 + a_2) * 2 + a_1) * 2 + a_0$
$A = ((a_3 * 8 + a_2) * 8 + a_1) * 8 + a_0$
$A = ((a_3 * 10 + a_2) * 10 + a_1) * 10 + a_0$
$A = ((a_3 * 16 + a_2) * 16 + a_1) * 16 + a_0$

**13. Übersetzen Sie die Zahl $(20)_7$ in das Trialzahlensystem.**

$(20)_7 = 2 * 7^1 + 0 * 7^0 = (14)_{10}$

14 : 3 = 4 Rest 2
4 : 3 = 1 Rest 1
1 : 3 = 0 Rest 1

$(20)_7 = (112)_3$

**14. Wandeln Sie die dezimale Zahl 4096 in eine Dualzahl um.**

4096 : 2 = 2048 Rest 0
2048 : 2 = 1024 Rest 0
1024 : 2 = 512 Rest 0
512 : 2 = 256 Rest 0
256 : 2 = 128 Rest 0
128 : 2 = 64 Rest 0
64 : 2 = 32 Rest 0
32 : 2 = 16 Rest 0
16 : 2 = 8 Rest 0
8 : 2 = 4 Rest 0
4 : 2 = 2 Rest 0
2 : 2 = 1 Rest 0
1 : 2 = 0 Rest 1

$(4096)_{10} = (1.0000.0000.0000)_2$

**15. Wandeln Sie die Dualzahl 0101.1011.1010.0000 in eine Dezimalzahl um.**

$(0101.1011.1010.0000)_2 = 1 * 2^{14} + 1 * 2^{12} + 1 * 2^{11} + 1 * 2^9 + 1 * 2^8 + 1 * 2^7 + 1 * 2^5$

$(0101.1011.1010.0000)_2 = (23456)_{10}$

**16. Wandeln Sie das Ergebnis in eine Hexadezimalzahl um.**

$(0101.1011.1010.0000)_2 = (5BA0)_{16}$

**17. Wandeln Sie das Ergebnis in eine Oktalzahl um.**

$(0.101.101.110.100.000)_2 = (55640)_8$

**18. Wandeln Sie die Dezimalzahl 13,75 in eine Dualzahl um.**

13 : 2 = 6 Rest 1
6 : 2 = 3 Rest 0
3 : 2 = 1 Rest 1
1 : 2 = 0 Rest 1

0,75 * 2 = 1 + 0,5
0,5 * 2 = 1 + 0

$(13,75)_{10} = (1101,11)_2$

**19. Addieren Sie die Zahlen 29+14 in der Dualzahlenarithmetik. Weisen Sie Summand 1, Summand 2, Zwischensumme, Übertrag und Summe aus.**

29 : 2 = 14 Rest 1
14 : 2 = 7 Rest 0
7 : 2 = 3 Rest 1
3 : 2 = 1 Rest 1
1 : 2 = 0 Rest 1

$(29)_{10} = (11101)_2$

14 : 2 = 7 Rest 0
7 : 2 = 3 Rest 1
3 : 2 = 1 Rest 1
1 : 2 = 0 Rest 1

$(14)_{10} = (1110)_2$

| | |
|---|---|
| | 1 1 1 0 1 |
| + | 1 1 1 0 |
| Zwischensumme | 1 0 0 1 1 |
| Übertrag | 1 1 0 0 0 |
| Summe | 1 0 1 0 1 1 |

**20. Multiplizieren Sie 11*26 in der Dualzahlenarithmetik.**

11 : 2 = 5 Rest 1
5 : 2 = 2 Rest 1
2 : 2 = 1 Rest 0
1 : 2 = 0 Rest 1

$(11)_{10} = (1011)_2$

26 : 2 = 13 Rest 0
13 : 2 = 6 Rest 1
6 : 2 = 3 Rest 0
3 : 2 = 1 Rest 1
1 : 2 = 0 Rest 1

$(26)_{10} = (11010)_2$

```
1 0 1 1 * 1 1 0 1 0
    1 0 1 1
+     1 0 1 1
+             0
+           1 0 1 1
+                 0
  1 0 0 0 1 1 1 1 0
```

**21. Was ist das Zweier-Komplement in der Dualzahlenarithmetik?**

- Vereinbarung für negative Dualzahlen
- Der Betrag einer negativen Dualzahl wird invertiert und "1" dazu addiert

**22. Führen Sie in der Dualzahlenarithmetik/Zweierkomplement die Rechnungen 10-3 und 3-7 aus.**

| | |
|---|---|
| + 10 | 0 1 0 1 0 |
| - 03 | 1 1 1 0 0 |
| 07 | $\cancel{1}$ 0 0 1 1 0 |
| | 1 |
| | 0 0 1 1 1 |

| | |
|---|---|
| + 03 | 0 0 0 1 1 |
| - 07 | 1 1 0 0 0 |
| - 04 | $\boxed{0}$ 1 1 0 1 1 |
| | - 0 0 1 0 0 |

**23. Schreiben Sie einen 3-stelligen Code auf, der positive und negative Zahlen enthält. Die negativen Dualzahlen sollen im Zweierkomplement dargestellt werden.**

| **Dezimal** | **Dual** |
|---|---|
| 7 | 0111 |
| 6 | 0110 |
| 5 | 0101 |
| 4 | 0100 |
| 3 | 0011 |
| 2 | 0010 |
| 1 | 0001 |
| 0 | 0000 |
| -1 | 1111 |
| -2 | 1110 |
| -3 | 1101 |
| -4 | 1100 |
| -5 | 1011 |
| -6 | 1010 |
| -7 | 1001 |
| -8 | 1000 |

**24. Skizzieren und beschreiben Sie einen BCD-Code.**

| **Dezimal** | **Dual** |
|---|---|
| 0 | 0000 |
| 1 | 0001 |
| 2 | 0010 |
| 3 | 0011 |
| 4 | 0100 |
| 5 | 0101 |
| 6 | 0110 |
| 7 | 0111 |
| 8 | 1000 |
| 9 | 1001 |

Pseudotetraden

In einem BCD-Code wird jede einzelne Dezimalstelle durch eine Kombination von Binärsymbolen dargestellt. Den Dezimalziffern 0, ..., 9 werden insgesamt 10 binäre Codewörter zugeordnet. Für die Darstellung werden 4-stellige duale Codewörter benötigt, aber es werden nur 10 von den 16 möglichen Codewörtern verwendet, weshalb die überflüssigen Codewörter (Pseudotetraden) zur Fehlererkennung verwendet werden können.

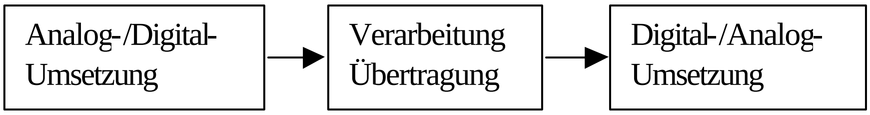
**25. Nennen Sie zwei alphanumerische Codes.**

ASCII-Code
EBCDIC-Code

**26. Nennen Sie den Einsatzbereich der Pulscodemodulation.**

Digitale Verarbeitung analoger Signale

**27. Zeichnen Sie eine Prinzipskizze.**




**28. Welches ist die Hauptforderung der Pulscodemodulation?**

Möglichst kein Informationsverlust

**29. Welches sind die Randbedingungen der Pulscodemodulation?**

- Das zu codierende Analogsignal sei eine kontinuierliche Funktion x(t) der Zeit t
- Dabei ist x der die Nachricht tragende Signalparameter
- x(t) sei frequenzbandbegrenzt mit der Bandbreite w
- x kann beliebige Werte aus dem begrenzten Wertebereich $d_0 < x \leq d_k$ annehmen

**30. Beschreiben Sie die Abtastung der Pulscodemodulation.**

Durch Abtastung werden der Funktion x(t) in regelmäßigen Zeitabständen nT Momentanwerte x(nT) des Signalparameters, sogenannte Abtastwerte, entnommen. T ist die Dauer des Abtastintervalls, 1/T ist die Abtastfrequenz.

**31. Beschreiben Sie die Quantisierung der Pulscodemodulation.**

Um einen endlichen, aus direkten Werten bestehenden Wertevorrat des Signalparameters zu erhalten wird eine Quantisierung vorgenommen, die durch eine Quantisierungskennlinie beschrieben wird.

Der Wertebereich

$d_0 < x \leq d_k$

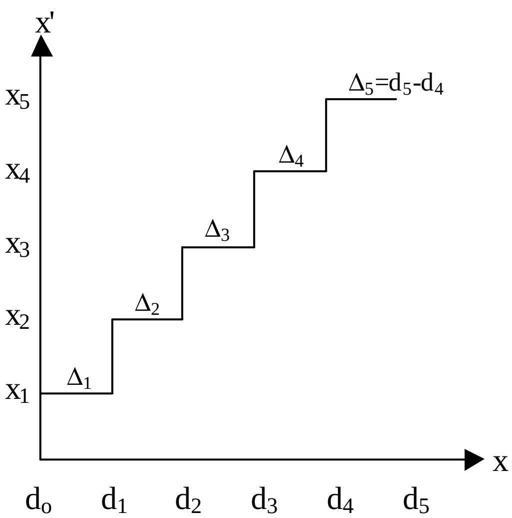
des kontinuierlichen Signalparameters x wird durch

k-1 Entscheidungswerte $d_1, ..., d_{k-1}$

in k Quantisierungsintervalle der Breite

$\Delta_i = d_i - d_{i-1} > 0$ für i = 1, ..., k

unterteilt.



**32. Beschreiben Sie die Codierung der Pulscodemodulation.**

Den Repräsentativwerten $x_k$ des Quantisierers werden Codewörter zugeordnet. Bei der Analog-Digital-Umsetzung können beliebige Codes eingesetzt werden. (Codes wie Zählcode oder Gray-Code werden bevorzugt.)

**33. Welche Fehler können bei der Codierung auftreten?**

Erfolgen die Änderungen der m-Stellen eines Codewortes nicht gleichzeitig oder werden die Signale nicht gleichzeitig abgetastet, können fehlerhafte Codeworte entstehen.

**34. Welche Codes schaffen Abhilfe?**

Einschrittige Codes wie Zählcode und Graycode

**35. Skizzieren Sie zwei dieser Codes.**

| Dezimalzahl | Dualzahl | Zählcode | Gray-Code |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 0 0 0 | 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 | 0 0 0 0 |
| 1 | 0 0 0 1 | 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 | 0 0 0 1 |
| 2 | 0 0 1 0 | 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 | 0 0 1 1 |
| 3 | 0 0 1 1 | 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 | 0 0 1 0 |
| 4 | 0 1 0 0 | 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 | 0 1 1 0 |
| 5 | 0 1 0 1 | 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 | 0 1 1 1 |
| 6 | 0 1 1 0 | 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 | 0 1 0 1 |
| 7 | 0 1 1 1 | 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 | 0 1 0 0 |
| 8 | 1 0 0 0 | 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 | 1 1 0 0 |
| 9 | 1 0 0 1 | 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 | 1 1 0 1 |
| 10 | 1 0 1 0 | 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 | 1 1 1 1 |
| 11 | 1 0 1 1 | 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 | 1 1 1 0 |
| 12 | 1 1 0 0 | 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 | 1 0 1 0 |
| 13 | 1 1 0 1 | 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 | 1 0 1 1 |
| 14 | 1 1 1 0 | 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 | 1 0 0 1 |
| 15 | 1 1 1 1 | 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 | 1 0 0 0 |

**36. Geben Sie das Bildungsgesetz für den Code mit der geringeren Stellenzahl an.**

**Bildungsgesetz für den Gray-Code:**

Codeelemente des Dualzahlencodes $d_{m-1}, ..., d_0$
Codeelemente des Gray-Codes $g_{m-1}, \ldots, g_0$

$g_{m-1} = d_{m-1}$
$g_i = d_{i+1} \oplus d_i$ für $i = m-2, \ldots, 0$

**37. Was ist Fehlersicherheit?**

Nutzt ein Code nicht alle N möglichen Kombinationen aus, so können die nicht vereinbarten Kombinationen zur Fehlererkennung verwendet werden. Im Fall eines BCD-Codes kann beispielsweise am Auftreten einer der ungenutzten Pseudotetraden das Einwirken eines Fehlers erkannt werden. Bei diesen Codes ist aber nicht jeder Fehler erkennbar.

## 38. Was ist das Gewicht eines Codewortes?

Das Gewicht w ist die Anzahl der in einem Binärcodewort mit einem Codesymbol "1" belegten Codeelemente. Wird ein m-stelliges Binärcodewort a als

Dualzahl $a = a_{m-1} \dots a_i \dots a_0$

interpretiert, so ist dessen Gewicht die Quersumme der Dualzahl:

$$w(a) = \sum_{i=0}^{m-1} a_i$$

## 39. Was ist die Hammingdistanz?

Die Hamming-Distanz D ist die Anzahl der Codeelemente entsprechender Stellen, in denen sich zwei gleichlange Codewörter eines Binärcodes unterscheiden.

Dualzahl $a = a_{m-1} \dots a_i \dots a_0$
Dualzahl $b = b_{m-1} \dots b_i \dots b_0$

Die Hamming-Distanz D zweier Codewörter a und b berechnet sich wie folgt:

$D(a, b) = w(a \oplus b) = w(c)$

Die mod-2-Summe $c = a \oplus b$ enthält genau an den Stellen das Codesymbol 1, in denen sich a und b unterscheiden.

## 40. Was ist die Codedistanz?

Die Codedistanz d ist die kleinste aller Hamming-Distanzen der Codewörter eines Codes.

$d = \text{Min } D(a_i, b_j)$
für alle i
$i \neq j$

Codes mit einer Codedistanz d=2 erlauben die Erkennung eines Fehlers in einem Codeelement. Durch genau ein fehlerhaftes Codeelement entsteht ein unzulässiges, aber nicht korrigierbares Codewort. Zwei fehlerhafte Codeelemente können auf ein anderes gültiges Codewort führen.
Ein solcher Code heißt 1-Fehler-erkennender-Code.

## 41. Es existiert ein Code mit dem Codewortvorrat (1100, 0110, 0011). Bestimmen Sie die Codedistanz des Codes.

a = 1100
b = 0110
c = 0011

**Hamming-Distanzen:**

D(a, b) = 2
D(a, c) = 4
D(b, c) = 2

**Codedistanz:**

d = 2

**42. Es wird ein Codewort (1101) empfangen. Lässt sich das Codewort zuordnen?**

d = 1101

**Bedingung:**
- Hamming-Distanz D=1 zum original Codewort
- D ≥ 2 zu allen anderen

D(a, d) = 1
D(b, d) = 3
D(c, d) = 3

Das Codewort lässt sich zuordnen, nämlich dem Codewort 1100.

**43. Was ist Redundanz?**

Unter der Redundanz R versteht man die Anzahl der Binärstellen der m-stelligen Codewörter, die zur Codierung der Nachricht überflüssig sind.

**44. Was ist ein Schaltnetz?**

Als Schaltnetz bezeichnet man spezielle Schaltwerke, deren Ausgangsinformationen $T_m(t)$ nur von momentanen Eingangsinformationen abhängig sind.

$$T_m(t) = f \{ x_1(t), ..., x_N(t) \}$$

Im Gegensatz zu Schaltwerken benötigen Schaltnetze keine Informationsspeicher, da die Vergangenheit der Eingangsinformationen keinen Einfluss auf die Ausgangsinformation besitzt.

**45. Was ist ein Schaltwerk?**

Schaltnetze und Schaltwerke sind die Bausteine allgemeiner nachrichtenverarbeitender Anlagen. Schaltwerke schließen die Schaltnetze als Sonderfall mit ein.

**Eigenschaften von Schaltwerken:**
- Verknüpfung von Informationen verschiedener Herkunft zu neuen Informationen. Sie werden daher als logische Schaltungen bezeichnet.
- Schaltwerke verarbeiten beliebig viele Eingangsinformationen und beliebig viele gespeicherte Informationen zu einer oder mehreren Ausgangsinformationen.
- Schaltwerke bestehen aus einigen wenigen elektrischen Grundschaltungen. Über die Vermaschung der Grundschaltungen wird die Arbeitsweise des Schaltwerkes festgelegt.

**Binär codierte Eingangsinformationen** **Binär codierte Ausgangsinformationen**

Die Ein- und Ausgangsinformationen $x_l(t)$, ..., $X_N(t)$ und $T_l(t)$, ..., $T_M(t)$ liegen stets in codierter Form vor.

**46. Beschreiben Sie Konjunktion, Disjunktion und Negation.**

**Konjuktion (UND-Operation):**
Ein Schaltnetz besitze die Eingangsvariablen $x_1$, und $x_2$ und den Ausgang T. Der Ausgang weise nur dann den Wert 1 auf, wenn beide Eingangsvariablen $x_1$, und $x_2$ den Wert 1 haben. In diesem Fall wird die zugehörige Schaltfunktion $T(x_l, x_2)$ als Konjunktion bezeichnet und in der algebraischen Schreibweise mit & gekennzeichnet.

$T(x_1, x_2) = x_1 \& x_2$

Die Funktionstabelle gibt den Wert am Ausgang T des Schaltnetzes für alle möglichen Kombinationen der Eingangsvariable an.

| $x_1$ | $x_2$ | T |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

**Disjunktion (ODER-Operation):**

Ein Schaltnetz besitze die Eingangsvariablen $x_1$, und $x_2$ und den Ausgang T. Der Ausgang weise nur dann den Wert 1 auf, wenn beide Eingangsvariablen $x_1$, und $x_2$ den Wert 1 haben oder wenn eine von beiden Variablen den Wert 1 aufweise. In diesem Fall wird die zugehörige Schaltfunktion $T(x_l, x_2)$ als Disjunktion bezeichnet und in der algebraischen Schreibweise mit v gekennzeichnet.

$T(x_1, x_2) = x_1 \vee x_2$

Die Funktionstabelle gibt den Wert am Ausgang T des Schaltnetzes für alle möglichen Kombinationen der Eingangsvariable an.

| $x_1$ | $x_2$ | T |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

**Negation:**

Ein Schaltnetz besitze die Eingangsvariable x. Der Ausgang des Schaltnetzes werde mit T bezeichnet. Dann wird die zugehörige Schaltfunktion T(x) als Negation bezeichnet, wenn die Arbeitsweise des Schaltnetzes durch folgenden Zusammenhang beschrieben wird.

T = 0, wenn x = 1
T = 1, wenn x = 0

T(x) = /x

Das Ausgangssignal T wird in diesem Fall auch mit /x (x invertiert) bezeichnet.

**47. Geben Sie Beispiele für die Theoreme an.**

**Theorem 1:**

| | |
|---|---|
| a) x v 0 = x | Beweis mit vollständiger Funktionstabelle<br>0 v 0 = 0<br>1 v 0 = 1 |
| b) x & 1 = x | Beweis mit vollständiger Funktionstabelle<br>0 & 1 = 0<br>1 & 1 = 1 |

**Theorem 2:**

| | |
|---|---|
| a) x v 1 = 1 | Beweis mit vollständiger Funktionstabelle<br>0 v 1 = 1<br>1 v 1 = 1 |
| b) x & 0 = 0 | Beweis mit vollständiger Funktionstabelle<br>0 & 0 = 0<br>1 & 0 = 0 |

**Theorem 3:**

| | |
|---|---|
| a) x v x = x | Beweis mit vollständiger Funktionstabelle<br>0 v 0 = 0<br>1 v 1 = 1 |
| b) x & x = x | Beweis mit vollständiger Funktionstabelle<br>0 & 0 = 0<br>1 & 1 = 1 |

**Theorem 4:**

| | |
|---|---|
| a) x v /x = 1 | Beweis mit vollständiger Funktionstabelle<br>0 v 1 = 1<br>1 v 0 = 1 |
| b) x & /x = 0 | Beweis mit vollständiger Funktionstabelle<br>0 & 1 = 0<br>1 & 0 = 0 |

**Theorem 5:**

| | |
|---|---|
| //x = x | Beweis mit vollständiger Funktionstabelle<br>//0 = 0<br>//l = 1 |

**Theorem 6: Kommutatives Gesetz**

a) $x_1$ v $x_2$ = $x_2$ v $x_1$

b) $x_1$ & $x_2$ = $x_2$ & $x_1$

**Theorem 7: Assoziatives Gesetz**

a) $x_1$ v $x_2$ v $x_3$ = ($x_1$ v $x_2$) v $x_3$ = $x_1$ v ($x_2$ v $x_3$) = $x_2$ v ($x_1$ v $x_3$)

b) $x_1$ & $x_2$ & $x_3$ = ($x_1$ & $x_2$) & $x_3$ = $x_1$ & ($x_2$ & $x_3$) = $x_2$ & ($x_1$ & $x_3$)

**Theorem 8: Distributives Gesetz**

a) $x_1$ & ($x_2$ v $x_3$) = ($x_1$ & $x_2$) v ($x_1$ & $x_3$)

b) $x_1$ v ($x_2$ & $x_3$) = ($x_1$ v $x_2$) & ($x_1$ v $x_3$)

**Theorem 9:**

a) $x_1$ v ($x_1$ & $x_2$) = $x_1$

b) $x_1$ & ($x_1$ v $x_2$) = $x_1$

**Theorem 10:**

a) $x_1$ & ($x_1$ v $x_2$) = $x_1$ & $x_1$

b) $x_1$ v ($x_1$ & $x_2$) = $x_2$ v $x_1$

**Theorem 11: De Morgansches Gesetz**

a) $x_1$ v $x_2$ v ... v $x_N$ = /$x_1$ & /$x_2$ & ... & /$x_N$

b) $x_1$ & $x_2$ & ... & $x_N$ = /$x_1$ v /$x_2$ v ... v /$x_N$

**Theorem 12: Minimierung, der disjunktiven Normalformen**

($x_1$ & $x_2$ & ... & $x_{N-1}$ & $x_N$) v ($x_1$ & $x_2$ & ... & $x_{N-1}$ & /$x_N$)
 = ($x_1$ & $x_2$ & ... & $x_{N-1}$) & ($x_N$ v /$x_N$)
 = ($x_1$ & $x_2$ & ... & $x_{N-1}$) & 1
 = ($x_1$ & $x_2$ & ... & $x_{N-1}$)

**Theorem 13: Minimierung der konjunktiven Normalformen**

($x_1$ v $x_2$ v ... v $x_{N-1}$ v $x_N$) & (x1 v x2 v … v $x_{N-1}$ v /$x_N$)
 = ($x_1$ v $x_2$ v … v $x_{N-1}$) v ($x_1$ & /$x_N$)
 = ($x_1$ & $x_2$ & ... & $x_{N-1}$) v 0
 = ($x_1$ v $x_2$ v ... v $x_{N-1}$)

## 48. Was ist eine vollständige Funktionstabelle?

Mit Hilfe der vollständigen Funktionstabelle wird eine Gleichung für alle Kombinationen der in ihr enthaltenen Variablen geprüft.

## 49. Was ist eine Schaltfunktion?

Eine Schaltfunktion
$T(x_1, ..., x_N)$
der Eingangsvariablen
$x_1, ..., x_N$
ist eine Funktion, die jeder Kombination
$a_1, ..., a_N$
der Eingangsvariablen mit $a_n=0$ oder $a_n=1$ einen Wert
$T(a_1, ..., a_N)=0$ oder $T(a_1, ..., a_N)=1$
eindeutig zuordnet.

## 50. Was ist ein Minterm?

Ein Minterm ist jede Kombination bei der vollständigen Funktionstabelle bei dem der Ausgang den Wert T=1 besitzt.
Jede Minterm-Funktion kann durch eine UND-Verknüpfung der einzelnen Eingangsvariablen dargestellt werden.

**Beispiel:**
$x_1 = 0$
$x_2 = 1$
$x_3 = 1$

$min_{011}(x_1, x_2, x_3) = /x_1 \& x_2 \& x_3$

## 51. Was ist ein Maxterm?

Ein Maxterm ist jede Kombination bei der vollständigen Funktionstabelle bei dem der Ausgang den Wert T=0 besitzt.
Jede Maxterm-Funktion kann durch eine ODER-Verknüpfung der einzelnen negierten Eingangsvariablen dargestellt werden.

**Beispiel:**
$x_1 = 0$
$x_2 = 1$
$x_3 = 1$

$max_{011}(x_1, x_2, x_3) = x_1 \text{ v } /x_2 \text{ v } /x_3$

## 52. Was ist eine disjunktive Normalform?

Eine beliebige Schaltfunktion $T(x_1, ..., x_N)$ kann durch eine ODER-Verknüpfung von Mintermfunktionen dargestellt werden. Die ODER-Verknüpfung enthält dabei genau die Minterme für die $T(x_1, ..., x_N) = 1$ gilt.

$$T(x_1, \ldots x_N) = \bigvee_{T(a1,\ldots,aN)=1} min_{a1\ldots an}(x_1, \ldots, x_N)$$

**Beispiel:**

| | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | T | $T(a_1, a_2, a_3)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| **0** | 0 | 0 | 0 | 0 | T(0, 0, 0) = 0 |
| **1** | 0 | 0 | 1 | 0 | T(0, 0, 1) = 0 |
| **2** | 0 | 1 | 0 | 1 | T(0, 1, 0) = 1 |
| **3** | 0 | 1 | 1 | 1 | T(0, 1, 1) = 1 |
| **4** | 1 | 0 | 0 | 0 | T(1, 0, 0) = 0 |
| **5** | 1 | 0 | 1 | 1 | T(1, 0, 1) = 1 |
| **6** | 1 | 1 | 0 | 0 | T(1, 1, 0) = 0 |
| **7** | 1 | 1 | 1 | 0 | T(1, 1, 1) = 0 |

$T_D = min_{010}$ v $min_{011}$ v $min_{101}$
$T_D$ = V (2, 3, 5) in Kurzschreibweise
$T_D = (/x_1 \& x_2 \& /x_3) \text{ v } (/x_1 \& x_2 \& x_3) \text{ v } (x_1 \& /x_2 \& x_3)$

## 53. Was ist eine konjunktive Normalform?

Eine beliebige Schaltfunktion $T(x_1, \ldots, x_N)$ kann durch eine UND-Verknüpfung von Maxtermfunktionen dargestellt werden. Die UND-Verknüpfung enthält dabei genau die Maxterme für die $T(x_1, \ldots, x_N) = 0$ gilt.

$$T(x_1, \ldots x_N) = \mathop{\&}_{T(a1,\ldots,aN)=0} max_{a1\ldots an}(x_1, \ldots, x_N)$$

**Beispiel:**

| | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | T | $T(a_1, a_2, a_3)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| **0** | 0 | 0 | 0 | 0 | T(0, 0, 0) = 0 |
| **1** | 0 | 0 | 1 | 0 | T(0, 0, 1) = 0 |
| **2** | 0 | 1 | 0 | 1 | T(0, 1, 0) = 1 |
| **3** | 0 | 1 | 1 | 1 | T(0, 1, 1) = 1 |
| **4** | 1 | 0 | 0 | 0 | T(1, 0, 0) = 0 |
| **5** | 1 | 0 | 1 | 1 | T(1, 0, 1) = 1 |
| **6** | 1 | 1 | 0 | 0 | T(1, 1, 0) = 0 |
| **7** | 1 | 1 | 1 | 0 | T(1, 1, 1) = 0 |

$T_K = max_{000} \& max_{001} \& max_{100} \& max_{110} \& max_{111}$
$T_K$ = & (0, 1, 4, 6, 7) in Kurzschreibweise
$T_K = (x_1 \text{ v } x_2 \text{ v } x_3) \& (x_1 \text{ v } x_2 \text{ v } /x_3) \& (/x_1 \text{ v } x_2 \text{ v } x_3) \& (/x_1 \text{ v } /x_2 \text{ v } x_3) \& (/x_1 \text{ v } /x_2 \text{ v } /x_3)$

## 54. Welche Minimierungsverfahren kennen Sie?

Minimierung nach Karnaugh

55. **Gegeben ist die folgende Schaltfunktion: T = V(0, 2, 4, 8, 10, 12)**

- **Zeichnen Sie die vollständige Funktionstabelle.**
- **Minimieren Sie nach Karnaugh sowohl in der disjunktiven als auch in der konjuktiven Normalform.**

| $x_3$ | $x_2$ | $x_1$ | $x_0$ | T |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

**Disjunktive Normalform:**

| $x_3\ x_2$ \ $x_1\ x_0$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 00 | 1 | | | 1 |
| 01 | 1 | | | |
| 11 | 1 | | | |
| 10 | 1 | | | 1 |

$T_D = (/x_2\ \&\ /x_0)\ v\ (/x_1\ \&\ /x_0) = /x_0\ \&\ (/x_1\ v\ /x_2)$

**Konjunktive Normalform:**

| $x_3\ x_2$ \ $x_1\ x_0$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 00 | | 1 | 1 | |
| 01 | | 1 | 1 | 1 |
| 11 | | 1 | 1 | 1 |
| 10 | | 1 | 1 | |

$T_K = /x_0\ \&\ (/x_2\ v\ /x_1)$